

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการให้เหตุผล การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนควนเนียงวิทยา ผู้วิจัยได้นำเสนอวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผล
2. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
3. การรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์
4. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความสามารถในการให้เหตุผล

ผู้วิจัยศึกษาเอกสารเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลในหัวข้อต่างๆ คือ ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผล รูปแบบของความสามารถในการให้เหตุผล แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผล

มีหน่วยงานและนักวิชาการหลายท่านให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผล(กรมวิชาการ 2540 น. 36-37, แกมกาญจน์ คชวงษ์ 2553 น. 28, ทิพย์วรรณ สุวรรณิ 2549 น. 46, เขียวพร วรรณทิพย์ 2548 น. 13) สรุปได้ว่าเป็นแนวคิดที่ต้องอาศัยหลักการหรือข้อเท็จจริงที่ถูกต้องในการหาคำตอบโดยอาศัยข้อความคาดการณ์ หาคือสรุปจากข้อความ เหตุการณ์ได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล และสามารถหาคือสรุปของความสัมพันธ์นั้นได้ ซึ่งจำแนกเป็น 5 ประเภท คือ ความสามารถในการจัดประเภท ความสามารถด้านอุปมาอุปมัย ความสามารถด้านการสรุปความ ความสามารถด้านอนุกรมหรืออนุกรมมิติ และความสามารถด้านการวิเคราะห์

สำหรับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการหลายท่านให้ความหมายไว้(รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ 2555 น. 9-16, สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2546 น. 4, Greenwood 1993 p.144, O'Daffer 1990 p.378) สรุปได้ว่าเป็นกระบวนการ

คิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง เป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์เชื่อมโยงของแนวคิดเหล่านั้น

1.2 รูปแบบของความสามารถในการให้เหตุผล

นักวิชาการหลายท่าน ได้กล่าวถึงรูปแบบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์(จิวีวรรณ เสวตมาลย์ 2544 น. 69 – 70, รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ 2555 น. 9-16 ถึง 9-20, วิเชียร เลาโทโกศล 2545 น. 1-6, สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2546 น. 4, Baroody 1993 p. 2 – 61, O’Daffer 1990 p. 378) สรุปได้เป็น 2 รูปแบบ คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning)

1.2.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้การสังเกตหรือทดลองซ้ำหลายๆ ครั้งจากกรณีย่อยๆ เพื่อหารูปแบบที่จะนำไปสู่ข้อสรุปหรือข้อคาดเดา ที่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริง

1.2.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการสรุปผลบนพื้นฐานของข้อตกลง ความเชื่อ บทนิยาม ซึ่งรู้จักกันมาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปใหม่

นอกจากนี้รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์(2555 น. 9-16 ถึง 9-20) และ Baroody (1993 pp. 2 – 61) ได้เพิ่มการให้เหตุผลแบบสหัชญาณหรือการให้เหตุผลเชิงหยั่งรู้(intuitive reasoning) ซึ่งหมายถึงเป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึกในลักษณะการหยั่งรู้ จึงเป็นการตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรือจากความรู้สึกภายใน ซึ่งแต่ละคนอาจมีอยู่มากน้อยแตกต่างกัน การให้เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นการให้เหตุผลที่ยังไม่มีรูปแบบที่แน่นอน มักเกิดขึ้นทันทีทันใดในเวลาใดเวลาหนึ่ง

จากความหมายและรูปแบบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง เป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์เชื่อมโยงของแนวคิดเหล่านั้น ซึ่งประกอบด้วย 2 รูปแบบ คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย

1.3 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล

การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งครูผู้สอนมักเข้าใจกันผิดว่า การฝึกให้รู้จักการให้เหตุผลที่ง่ายที่สุด คือ การฝึกการพิสูจน์เรื่องเรขาคณิต เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย ปานกลาง และอย่างยาก แต่ที่จริง

แล้วการฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้น สามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ (กรมวิชาการ, 2544, น. 202-204) การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหาด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาได้ให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น และได้มีการพยายามศึกษา ทดลอง เพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของความสามารถในการให้เหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ซึ่งได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้เกิดการคิด (teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (teaching of thinking) และแนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (teaching about thinking) โดยมีรายละเอียดพอสังเขป ดังนี้ (Brandt, 1984, p. 3)

1.3.1 การสอนเพื่อให้เกิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

1.3.2 การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้จัดสร้างแนวทางการสอน

1.3.3 การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตน โดยรู้ว่าตนกำลังทำอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดหรืออภิปัญญา (meta cognition) ของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตน เพื่อเป็นแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544, น. 194-195) ได้เสนอ แนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่า การฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ ทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ด้วย รวมทั้งได้เสนอแนะองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผล ดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบ โจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเองมีหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้และเกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียน ได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้างๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

ส่วนหลักการในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลที่สำคัญ มีดังนี้(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2547, น. 15-19)

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม
3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน
4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะถูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรจัดให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

แนวทางการดำเนินการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดทักษะในการให้เหตุผล นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่างๆ ดังกล่าวแล้ว สิ่งที่ครูควรดำเนินการ มีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถด้านอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอน การพัฒนาทักษะการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่อง โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผล ครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม ครูควรเพิ่มกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนตามปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ เป็นต้น

สรุปได้ว่า ในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูต้องพยายามสร้างความตระหนักให้แก่นักเรียนได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลและควรเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ และครูต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกใช้ทักษะการให้เหตุผลอย่างต่อเนื่อง สม่ำเสมอ โดยการจัดบรรยากาศที่สนับสนุนให้นักเรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยน ชี้แจงเหตุผล และแก้ปัญหาร่วมกัน และควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีส่วนร่วม สามารถลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองจากสถานการณ์หรือปัญหาที่สนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ใช้เหตุผลในการตัดสินใจ รวมทั้งประเมินความน่าเชื่อถือในการให้เหตุผลของผู้อื่น โดยไม่ขึ้นอยู่กับความคิดเห็นของครู ครูมีหน้าที่คอยกระตุ้นและชี้แนะแนวทางกว้างๆ ซึ่งการฝึกให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถในการให้เหตุผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ตลอดเวลาและทุกๆ เนื้อหา

2. การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญในหัวข้อต่างๆ คือ ความหมายและแนวคิดของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ หลักการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 ความหมายและแนวคิดของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

หน่วยงานทางการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ(ประเวศ วะสี, 2543 น. 2, พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2544 น. 7, วัฒนาพร ระงับทุกข์, 2545 น. 1, สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2543 น. 21) ว่าเป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมหรือจัดประสบการณ์ให้กับผู้เรียนในสถานการณ์จริงที่สอดคล้องกับการดำรงชีวิตประจำวัน โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการทางปัญญา

(กระบวนการคิด) กระบวนการทางสังคม (กระบวนการกลุ่ม) และให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ และมีส่วนร่วมในการเรียน สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้ โดยครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการจัดประสบการณ์เรียนรู้ให้ผู้เรียน อันนำไปสู่การพัฒนาผู้เรียนครบทุกด้าน ทั้งทางกาย ทางจิต หรืออารมณ์ ทางสังคมและทางสติปัญญา ซึ่งรวมถึงพัฒนาการทางจิตวิญญาณ

2.2 หลักการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ (2544, น. 17) และสมศักดิ์ ภูวิภาดาธรรมณ์ (2544, น.1-2) ได้เสนอหลักการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญว่า ผู้สอนต้องคำนึงถึงเรื่องต่อไปนี้

2.2.1 จัดให้สอดคล้องกับ ความสามารถ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียนแต่ละคน(learner's need interests)

2.2.2 เน้นรูปแบบการเรียนรู้ (learning styles) ที่หลากหลายและมีการบูรณาการเนื้อหาจากหลากหลายวิชา

2.2.3 ใช้แหล่งการเรียนรู้เป็นข้อมูลเพื่อการสร้างความรู้โดยเน้นความร่วมมือ (co-operation) และเน้นทักษะสำคัญในชีวิตประจำวัน

2.2.4 ใช้กิจกรรมพัฒนาปัญหาแก่ผู้เรียน เช่น พัฒนาปัญหาทางการเคลื่อนไหว และปัญหาทางอารมณ์ เป็นต้น เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม (participation) และเน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (constructionism)

2.2.5 ใช้วิธีวัดผลอย่างหลากหลายวิธี เน้นการประเมินตามสภาพจริง โดยเฉพาะการประเมินตนเอง (self-evaluation) จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเอง รู้จุดเด่นจุดด้อยของตนเอง แล้วจะหาทางปรับปรุงให้ดีขึ้น

2.3 ตัวบ่งชี้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2543, น. 29-31) ได้พัฒนาตัวบ่งชี้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งสังเคราะห์จากทฤษฎีการเรียนรู้ 5 ทฤษฎี ดังนี้ คือ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความสุข ทฤษฎีการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม ทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด ทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสุนทรียภาพและลักษณะนิสัย ศิลปะ ดนตรี กีฬา และทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ประกอบด้วยตัวบ่งชี้การเรียนของผู้เรียน 9 ข้อ และตัวบ่งชี้การสอนของครู 10 ข้อ ดังนี้

ตัวบ่งชี้การเรียนของผู้เรียน ได้แก่

1. ผู้เรียนมีประสบการณ์ตรงสัมพันธ์กับธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม
2. ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติจนค้นพบความถนัดและวิธีการของตนเอง
3. ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากกลุ่ม

4. ผู้เรียนได้ฝึกคิดอย่างหลากหลาย และสร้างสรรค์จินตนาการ ตลอดจนได้แสดงออกอย่างชัดเจนและมีเหตุผล

5. ผู้เรียนได้รับการเสริมแรงให้ค้นหาคำตอบ แก้ปัญหาทั้งด้วยตนเองและร่วมด้วยช่วยกัน

6. ผู้เรียนได้ฝึกค้นคว้ารวบรวมข้อมูลและสร้างสรรค์องค์ความรู้ด้วยตนเอง

7. ผู้เรียนได้เลือกทำกิจกรรมตามความสามารถ ความถนัด และความสนใจอย่างมีความสุข

8. ผู้เรียนได้ฝึกตนเองให้มีวินัยและมีความรับผิดชอบในการทำงาน

9. ผู้เรียนได้ฝึกประเมิน ปรับปรุงตนเองและยอมรับผู้อื่น ตลอดจนสนใจใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง

ส่วนตัวบ่งชี้การสอนของครู ได้แก่

1. ครูเตรียมการสอนทั้งเนื้อหาและวิธีการ

2. ครูจัดสิ่งแวดล้อมและบรรยากาศที่ปลุกเร้า จูงใจ และเสริมแรงให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

3. ครูเอาใจใส่นักเรียนเป็นรายบุคคลและแสดงความเมตตาต่อนักเรียนอย่างทั่วถึง

4. ครูจัดกิจกรรมและสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้แสดงออกและคิดอย่างสร้างสรรค์

5. ครูส่งเสริมให้นักเรียนฝึกคิด ฝึกทำ การฝึกปรับปรุงตนเอง

6. ครูส่งเสริมให้มีกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากกลุ่ม พร้อมทั้งสังเกตว่า ส่วนไหนดี

และปรับปรุงส่วนดีของผู้เรียน

7. ครูใช้สื่อการสอนเพื่อฝึกการคิด การแก้ปัญหา และการค้นพบทฤษฎี

8. ครูใช้แหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายและเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริง

9. ครูฝึกฝนให้นักเรียนมีกิจกรรมรายทศและวินัยตามวิถีวัฒนธรรมไทย

10. ครูสังเกตและประเมินพัฒนาการของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง

จากแนวคิดและทฤษฎีต่างๆ เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญแสดงให้เห็นถึงการให้ความสำคัญต่อผู้เรียนทุกคนเท่าเทียมกัน ซึ่งสามารถพัฒนาศักยภาพได้อย่างสูงสุดตามที่ตนเองถนัด และสนใจที่จะเรียนรู้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างหลากหลาย หากผู้สอนมีการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ก็จะเป็นแนวทางที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดความหมายของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญว่า หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอนในวิชาคณิตศาสตร์อย่างหลากหลายเหมาะสมกับความสามารถ ความสนใจและประสบการณ์เดิมของผู้เรียน โดยผสมผสานสาระทั้ง

ทางด้านเนื้อหา ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และส่งเสริมการสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน โดยการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหาและลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ ได้ค้นคว้า แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ได้แสดงออกทางความคิด สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาได้ โดยครูช่วยชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง โดยมีตัวบ่งชี้ดังนี้

1. ด้านการจัดการเรียนการสอน ได้แก่ ครูเตรียมการสอนทั้งเนื้อหาและวิธีการ ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้แสดงออกและคิดอย่างสร้างสรรค์ ครูส่งเสริมให้มีกิจกรรมที่แลกเปลี่ยนเรียนรู้กันระหว่างนักเรียนทั้งรายบุคคลและกระบวนการกลุ่ม ครูเอาใจใส่นักเรียนนักเรียนเป็นรายบุคคลและแสดงความเมตตาต่อนักเรียนอย่างทั่วถึง ครูส่งเสริมให้นักเรียนฝึกคิด ฝึกทำ การฝึกปรับปรุงตนเอง และครูฝึกฝนให้นักเรียนมีกิจกรรมายาทและวินัยตามวิถีวัฒนธรรมไทย

2. ด้านสื่อและแหล่งเรียนรู้ ได้แก่ ครูจัดสภาพแวดล้อมและบรรยากาศทางคณิตศาสตร์ที่ปลูกเร้า จูงใจ และเสริมแรงให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และครูใช้สื่อการสอนและแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริงเพื่อฝึกการคิด การแก้ปัญหา และการค้นพบทฤษฎี

3. ด้านการวัดและประเมินผล ได้แก่ ครูสังเกตและประเมินพัฒนาการของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง และครูมีรูปแบบการประเมินที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนรับรู้ความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์และส่งเสริมการปรับปรุงพัฒนาการเรียนรู้อย่าง

3. การรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ในหัวข้อต่างๆ คือ ความหมายของการรับรู้ความสามารถของตนเอง แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเอง แหล่งที่มาของการรับรู้ความสามารถของตนเอง และการวัดการรับรู้ความสามารถของตนเอง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

3.1 ความหมายของการรับรู้ความสามารถของตนเอง

Bandura(1986, 1997 p.243) ได้ให้ความหมายของการรับรู้ความสามารถของตนเอง (self-efficacy) ว่าหมายถึง การที่บุคคลตัดสินใจเกี่ยวกับความสามารถของตนเองที่จะจัดการและดำเนินการกระทำพฤติกรรมให้บรรลุเป้าหมายที่กำหนดไว้ โดยที่การรับรู้ความสามารถของตนเองเป็นกระบวนการรู้คิด (cognitive process) ที่บุคคลเชื่อว่าตนเองมีความสามารถในการกระทำให้บรรลุความสำเร็จในระดับที่กำหนดได้เนื่องจากการรับรู้ความสามารถของตนเป็นตัวกั้นกลาง

(mediator) ที่สำคัญระหว่างความรู้หรือทักษะของบุคคลและการแสดงพฤติกรรมที่จะนำไปสู่ความสำเร็จ ดังนั้นการรับรู้ความสามารถของตนเองจึงเป็นแนวคิดเกี่ยวกับตนเองของบุคคลในเรื่องความสามารถที่จะปฏิบัติงานในเรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยเฉพาะมากกว่าเป็นการประเมินตนเองในภาพรวมทั่วไป (global self-evaluation)

สำหรับความหมายของการรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาหลายท่าน (Bandura 1997, Pajares & Graham 1999, Pajares & Kranzler 1995, Zeldin, Britner & Pajares, 2008) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นความเชื่อของแต่ละบุคคลหรือการรับรู้ที่เกี่ยวกับความสามารถของตนเองในวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความสามารถที่ตนเองจะทำได้ โดยมีความเชื่อว่าแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์จะช่วยให้มีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นด้วย

3.2 แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเอง

การรับรู้ความสามารถของตนเองเป็นแนวคิดสำคัญแนวคิดหนึ่งที่มาจากทฤษฎีการคิดเชิงสังคมน (social cognitive theory) ของ Bandura (1986, p. 24) ซึ่งกล่าวว่า แนวคิดพื้นฐานของทฤษฎีการรู้คิดเชิงสังคมนเชื่อว่า การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของบุคคลเป็นผลมาจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ 3 ชนิด ซึ่งเป็นตัวกำหนดซึ่งกันและกัน (reciprocal determinism) ได้แก่ พฤติกรรม การรู้คิด ปัจจัยส่วนบุคคล และอิทธิพลของสิ่งแวดล้อม

ทฤษฎีการรู้คิดเชิงสังคมนเชื่อว่าตัวแปรสำคัญในการตัดสินใจกระทำพฤติกรรมของบุคคลมีอยู่ 2 ประการ คือ การรับรู้ความสามารถของตนเอง (self-efficacy) และความคาดหวังในผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้น (outcome expectation) กล่าวคือ การรับรู้ความสามารถของตนเองเป็นการตัดสินใจความสามารถของตนเองว่า สามารถจะทำงานได้ในระดับใด ขณะที่ความคาดหวังในผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นเป็นการตัดสินใจว่าผลลัพธ์ใดจะเกิดขึ้นหลังจากได้กระทำพฤติกรรมนั้นไปแล้ว Bandura (1986) เชื่อว่าการรับรู้ความสามารถของตนเองมีผลต่อการกระทำของบุคคล โดยอธิบายว่าบุคคล 2 คน อาจมีความสามารถไม่ต่างกันแต่อาจแสดงออกในคุณภาพที่แตกต่างกันได้โดยที่บุคคลได้สนับสนุนปัจจัยที่เกี่ยวกับการกระทำหน้าที่เชิงจิตสังคมนของตนเอง โดยผ่านกลไกของบุคคล (personal agency) ซึ่งไม่มีสิ่งใดสำคัญกว่าความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถของบุคคล (personal efficacy) ดังนั้นการรับรู้ความสามารถของตนเอง (self-efficacy) จึงเป็นความเชื่อในความสามารถของบุคคลที่จะจัดการและกระทำด้วยแนวทางที่จะทำให้บรรลุความสำเร็จโดยอาศัยสถานการณ์ที่คาดหวัง ความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถ (efficacy beliefs) ได้มีอิทธิพลต่อบุคคลทั้งในด้านความคิด ความรู้สึก การจูงใจตนเองและการกระทำ ข้อค้นพบที่ได้จากการทดสอบเชิงสาเหตุ จำนวนมากได้สนับสนุนว่าความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถเป็นปัจจัยเชิงสาเหตุในการทำหน้าที่ของคนเรา

กล่าวคือ ความเชื่อในความสามารถได้แปรผันอย่างเป็นระบบและคงเส้นคงวาในการสนับสนุนการ
 จูงใจและการบรรลุความสำเร็จ Bandura (1995 p. 3, 1986 pp. 393-396) ได้กล่าวถึงบทบาทและ
 อิทธิพลของการตัดสินใจเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเองว่า การคาดการณ์เกี่ยวกับการ
 กระทำในอนาคตนั้นทำได้ไม่ถนัดนัก เพราะความเชื่อบุคคลเกี่ยวกับความสามารถในการจัดการได้
 แสดงบทบาทในฐานะตัวกำหนดที่ใกล้ชิดชุดหนึ่งเกี่ยวกับแนวทางการดำเนินชีวิต แบบแผนการคิด
 และปฏิกิริยาทางอารมณ์ที่เกิดขึ้นภายใต้สภาพการณ์ที่ได้รับการดำเนิน โดยที่ความเชื่อใน
 ความสามารถของตนเองจะสนับสนุนการทำหน้าที่ของสภาพจิตสังคมดังกล่าวให้ดำเนินไปอย่างมี
 คุณภาพได้หลายวิธี คือ (1) การเลือกกระทำพฤติกรรมที่สอดคล้องกับความสามารถของตนเอง
 เพื่อให้มีโอกาสประสบความสำเร็จแต่ควรประเมินตนเองสูงกว่าความสามารถที่จะทำได้เพียง
 เล็กน้อย เพื่อให้ได้ทำกิจกรรมที่ยากพอเหมาะและท้าทายความสามารถ (2) การใช้ความพยายามสูง
 และอดทนต่ออุปสรรค (3) แบบการคิดและปฏิกิริยาทางอารมณ์ บุคคลที่รับรู้ว่าคุณเอง มี
 ความสามารถสูงเมื่อเผชิญกับปัญหาหรืออุปสรรคจะกระตุ้นให้ตนเองใช้ความพยายามมากขึ้น
 แตกต่างจากบุคคลที่รับรู้ความสามารถของตนเองต่ำจะมีปฏิกิริยาทางอารมณ์ในด้านลบ เช่นเกิด
 ความเครียด กระวนกระวาย และกระทำพฤติกรรมอย่างไม่เต็มความสามารถ ส่งผลให้มีแนวโน้มที่
 จะล้มเหลวมากขึ้น

3.3 แหล่งที่มาของการรับรู้ความสามารถของตนเอง

Bandura (1995 pp. 3-5, 1997 pp. 79-115) กล่าวว่า บุคคลจะพัฒนาการรับรู้
 ความสามารถของตนเองได้จากแหล่งที่มาสำคัญ 4 แหล่งสำคัญดังนี้

3.3.1 ประสบการณ์ที่ประสบความสำเร็จ (enactive mastery experience) เป็นปัจจัยที่
 สำคัญที่สุดที่จะทำให้บุคคลพัฒนาการรับรู้ความสามารถเพราะสภาพที่เป็นจริงเกี่ยวกับความรอบรู้
 หรือความชำนาญในสิ่งที่ทำได้สำเร็จ การได้รับความสำเร็จได้สร้างความเชื่อที่เข้มแข็งเกี่ยวกับ
 ความสามารถของบุคคลตรงกันข้ามกับความล้มเหลว ที่ทำลายความเชื่อนี้ โดยเฉพาะความล้มเหลว
 ที่เกิดขึ้นก่อนที่ความรู้สึกรู้เกี่ยวกับความสามารถจะก่อตัวขึ้นอย่างมั่นคง ถ้าคนเราได้รับความสำเร็จ
 โดยง่ายก็จะคาดหวังว่าจะได้รับผลที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว และท้อถอยได้ง่ายเมื่อพบกับความล้มเหลว
 ความรู้สึกรู้ที่ขัดแย้งเกี่ยวกับความสามารถต้องอาศัยการได้รับประสบการณ์โดยการเผชิญกับปัญหา
 อุปสรรคและการใช้ความพากเพียรพยายาม

3.3.2 การได้เห็นประสบการณ์ของผู้อื่นที่ประสบความสำเร็จ (vicarious experience)
 ความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถอาจเปลี่ยนแปลงได้จากการถ่ายทอดความสามารถและการ
 เปรียบเทียบกับความสำเร็จของผู้อื่น การสังเกตเห็นคนอื่นแสดงพฤติกรรมที่ซับซ้อนแล้วได้รับ
 ความสำเร็จ โดยเฉพาะบุคคลนั้นมีลักษณะใกล้เคียงกับผู้สังเกตจะพัฒนาการรับรู้ว่าคุณเองมี

ความสามารถที่จะทำงานได้สำเร็จเช่นเดียวกันหากมีความพยายามและไม่ย่อท้อการได้เห็นประสบการณ์ความสำเร็จของผู้อื่น การประเมินความสามารถส่วนหนึ่งได้รับอิทธิพลจากประสบการณ์ทางอ้อมโดยเห็นการประสบความสำเร็จของตัวแบบ ดังนั้น ตัวแบบจึงเป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกชนิดหนึ่งที่สนับสนุนการรับรู้ความสามารถได้ ความสามารถส่วนบุคคลจะตัดสินใจได้ง่ายขึ้นในกิจกรรมที่มีสิ่งชี้แนะอย่างเป็นทางการและมีอิสระเพียงพอ แต่กิจกรรมดังกล่าวยังมีไม่มากเท่าที่ควร ดังนั้นเราจึงมักประเมินความสามารถของตนเองจากความสำเร็จของคนอื่น

3.3.3 การพูดชักจูงใจ การรับรู้ความสามารถจะรักษาไว้ได้ง่ายหากมีคนอื่นที่มีความสำคัญต่อตนเอง (significant others) ได้ให้ความมั่นใจว่าตนเองมีความสามารถแม้ว่าการพูดชักชวนจากผู้อื่นเพียงอย่างเดียวมีข้อจำกัดในการสร้างการรับรู้ความสามารถให้เข้มแข็ง แต่การพูดชักชวนจากผู้อื่นก็อาจส่งเสริมการเปลี่ยนแปลงในบุคคลได้ การพูดสนับสนุนในเชิงชักชวนให้รับรู้ความสามารถได้ทำให้คนเราใช้ความพยายามมากขึ้น เพื่อก้าวไปสู่ความสำเร็จ ความเชื่อเกี่ยวกับการยืนยันของตนเอง (self affirming) ได้สนับสนุนการพัฒนาทักษะและการรับรู้ความสามารถของบุคคล ดังนั้นคุณลักษณะเกี่ยวกับความสามารถที่ได้จากการชักชวน จึงมีผลกระทบมากที่สุดของคนที่มีเหตุผลที่เชื่อว่าตนเองสามารถกระทำให้เกิดผลได้ ทั้งนี้ การพูดชักชวนจากผู้อื่นจะมีผลต่อพัฒนาการรับรู้ความสามารถเมื่อใช้ร่วมกับการได้เห็นประสบการณ์ของผู้อื่นที่ประสบความสำเร็จ

3.3.4 สภาวะทางกายและอารมณ์ (physiological and affective states) การตัดสินใจความสามารถส่วนหนึ่งมาจากข้อมูลการแสดงออกของสภาวะทางกายและสภาวะทางอารมณ์ที่เกิดจากการตีความปฏิกิริยาที่ตีตราว่าเป็นสัญญาณของความอ่อนแอที่จะมีผลทางลบต่อการปฏิบัติหน้าที่ โดยเฉพาะกิจกรรมที่ต้องใช้พลังของร่างกายและความทรหดอดทน คนจะตัดสินใจความสามารถของบุคคลเช่นเดียวกัน กล่าวคือ อารมณ์ทางลบจะส่งเสริมการรับรู้ความสามารถของตน ขณะที่อารมณ์ทางลบ เช่น ผิดหวังเสียใจ จะทำให้การรับรู้ความสามารถของตนเองลดลง ในกิจกรรมที่ต้องใช้พลังงานและความทรหดอดทน บุคคลที่มีความอ่อนล้า หายใจหอบ รู้สึกปวดและมีความทุกข์ทรมานจะแสดงถึงการไม่มีความสามารถทางร่างกาย ดังนั้น การเปลี่ยนแปลงความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถ จึงสามารถทำได้โดยการยกระดับสถานะทางกาย การลดความเครียดลดอารมณ์ทางลบ แม้ว่าสภาวะกายและอารมณ์เป็นรูปแบบหนึ่งของแหล่งที่มีอิทธิพลต่อการรับรู้ความสามารถของตนเองก็ตาม แต่ข้อมูลที่ถูกลบโดยสภาวะทางกายและอารมณ์ก็ไม่ได้ตัดสินความสามารถของบุคคลทั้งนี้ การรับรู้ความสามารถของตน อาจได้รับอิทธิพลจากแหล่งข้อมูลอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายแหล่งผสมผสานกันก็ได้ โดยข้อมูลเหล่านี้ได้ผ่านกระบวนการรู้คิดเกี่ยวกับข้อมูลด้านความสามารถเพื่อเป็นความคิดที่สะท้อนออกมา ดังนั้น ความชัดเจนจะเกิดขึ้นจากข้อมูล

ที่ถ่ายทอดเหตุการณ์ที่เป็นประสบการณ์และข้อมูลที่ได้เลือกสรรการให้น้ำหนักความสำคัญและการผสมผสานเข้ากับการตัดสินใจความสามารถของตนเอง

3.4 การวัดการรับรู้ความสามารถของตนเอง

การวัดการรับรู้ความสามารถของตนเองแบ่งออกเป็น 3 มิติ คือ (1) ระดับความยากของงานหรือกิจกรรมที่บุคคลเชื่อว่าตนมีความสามารถที่จะปฏิบัติได้ (level of job difficulties) (2) ความมั่นใจของบุคคลที่จะปฏิบัติกิจกรรมที่ระดับความยากหรือเมื่อมีอุปสรรคต่างๆ (strength of confidence) (3) การตัดสินใจว่าตนมีความสามารถในกิจกรรมอื่น ๆ ด้วยหรือมีความสามารถเฉพาะในขอบเขตของกิจกรรมนั้น (generality of ability) ซึ่งแบบวัดการรับรู้ความสามารถของตนเองควรวัดความเชื่อในความสามารถที่จะทำกิจกรรมที่ระดับความยากต่าง ๆ ภายใต้อุปสรรคเรื่องที่จะศึกษา (Bandura, 1997) ทั้งนี้ผลการวิจัยได้แสดงว่าการวัดความมั่นใจมีความตรงเชิงเอกนัย (convergent validity) และให้อำนาจในการอธิบายตัวแปรตามได้สูงที่สุด (Lee & Bobko, 1994, Lust, Celuck, & Showers, 1993) จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมดอาจเสนอเป็นรูปแบบการรับรู้ความสามารถของตนเองตามแนวคิดของ Bandura (1977)

สรุปได้ว่าทฤษฎีการรับรู้ความสามารถของตนเองเป็นทฤษฎีที่อธิบายเกี่ยวกับบุคคล (personal causation) ได้อย่างสมบูรณ์ภายใต้กรอบแนวคิดที่สอดคล้องกัน เริ่มจากจุดเริ่มต้นของความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถของบุคคล (personal efficacy) โครงสร้างและหน้าที่ของความเชื่อกระบวนการในการกระทำและผลที่เกิดขึ้นในลักษณะต่าง ๆ ตลอดจนการอธิบายกระบวนการเหล่านี้ได้ทั้งในระดับบุคคลและระดับกลุ่ม ในระยะหลัง Bandura ได้อธิบายระบบความเชื่อเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเองให้ขยายวงกว้างขึ้น โดยเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถในการทำงานเป็นกลุ่ม (collection efficacy) และการรับรู้ความสามารถของสถาบัน (institutional efficacy) จุดเด่นประการหนึ่งของทฤษฎีการรับรู้ความสามารถของตนเองคือการผสมผสานองค์ความรู้ที่หลากหลายจากข้อค้นพบในขอบเขตความรู้ที่มีองค์ประกอบของทฤษฎีแตกต่างกัน ทั้งนี้ Bandura เชื่อว่าคุณค่าของทฤษฎีการรับรู้ความสามารถของตนเองอยู่ที่มีแนวทางที่ชัดเจนเกี่ยวกับวิธีการพัฒนาและยกระดับความสามารถของมนุษย์ซึ่งจะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงที่พึงปรารถนา (Bandura, 1995 p.2) จากการที่บุคคลคาดหวังว่าผลลัพธ์ของพฤติกรรมเป็นสิ่งที่พึงปรารถนา ทำให้บุคคลที่รับรู้ความสามารถของตนเองในระดับสูงมีความพยายามในการกระทำพฤติกรรมที่จะนำไปสู่ความสำเร็จมากกว่าบุคคลที่รับรู้ความสามารถของตนเองในระดับต่ำอย่างไรก็ตาม Bandura (1986, 1997) ได้อธิบายว่า ในบางสถานการณ์ที่จำเป็นต้องใช้ทักษะสูงและการปฏิบัติที่เข้มข้นหรือใช้ความเสี่ยงในกรณีผลที่ตามมาอาจเป็นเชิงลบทำให้การรับรู้ความสามารถของบุคคลแปรผันไปตามสถานการณ์เหล่านี้

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดความหมายของการรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเชื่อในความสามารถของตนเองว่าตนเองมีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ หรือทำกิจกรรมที่ได้รับมอบหมายให้ประสบผลสำเร็จได้ โดยพิจารณาจาก 1) ระดับความยากของงานหรือกิจกรรมที่บุคคลเชื่อว่าตนมีความสามารถที่จะปฏิบัติได้ 2) ความมั่นใจของบุคคลที่จะปฏิบัติกิจกรรมที่ระดับความยากเมื่อมีอุปสรรคต่างๆ และ 3) การตัดสินใจว่าตนมีความสามารถในกิจกรรมอื่นๆ ด้วย หรือมีความสามารถเฉพาะในขอบเขตของกิจกรรมนั้น

4. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในหัวข้อต่างๆ คือ ความหมายของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ การสร้างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และลักษณะของผู้มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

4.1 ความหมายของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

นักวิชาการหลายท่าน(แกมกาญจน์ คชวงษ์, 2553 น. 37, ชมชื่น สมประเสริฐ, 2542 น.10, ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2546, น.196, ชงยุทธ เกษสาคร, 2542 น.133-134 อ้างอิงจาก Guralnik. 1970, รอยพิมพ์ใจ ชนะปราชญ์, 2551 น. 35, อัมพร ม้าคนอง, 2556 น. 5-21 ถึง 5-22) ได้กล่าวถึงความหมายของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ว่าเป็นความปรารถนาหรือความต้องการที่บุคคลจะกระทำสิ่งต่างๆ ให้ได้รับความสำเร็จ แม้จะยุ่งยากหรือมีอุปสรรคก็จะพยายามที่จะแก้ปัญหาเพื่อนำตนไปสู่ความสำเร็จ โดยไม่หวังผลตอบแทนเป็นสิ่งของหรือรางวัล แต่ต้องการทำเพื่อให้ตนเองประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่ตนคาดหวัง

สำหรับความหมายของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น กฤตวรรณ ประเสริฐสิทธิ์(2551, น. 24)ได้กล่าวไว้ว่า เป็นลักษณะของบุคคลที่มีความทะเยอทะยาน ความกระตือรือร้น ความกล้าเสี่ยง รู้จักวางแผน และความมีเอกลักษณ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ตามที่ตนมุ่งหวัง

4.2 การสร้างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง(2556, น. 5-22 ถึง 5-23) ได้กล่าวถึงการสร้างแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ผู้สอนเป็นบุคคลที่มีความสำคัญมากในการสร้างแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้สอนจะรู้จักผู้เรียนแต่ละคนในชั้นเรียนในแง่มุมต่างๆ จึงสามารถจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียนได้ อย่างไรก็ตามผู้สอนควรเข้าใจว่าการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนนั้นควรสร้างตามคำถามสำคัญเกี่ยวกับตัวผู้เรียน 3 คำถาม ดังนี้

4.2.1 ผู้เรียนสามารถเรียนหรือทำในสิ่งที่ทำได้หรือไม่ การสร้างแรงจูงใจตามคำถามข้อนี้คือ ทำให้ผู้เรียนเชื่อมั่นว่าสิ่งที่ผู้สอนให้ทำนั้นไม่ได้ยากเกินความสามารถ ซึ่งผู้เรียนเชื่อว่าตนทำได้ก็จะเกิดแรงจูงใจในการทำ

4.2.2 ผู้เรียนต้องการเรียนหรือทำในสิ่งที่ผู้สอนให้ทำหรือไม่ การสร้างแรงจูงใจตามคำถามข้อนี้คือ การทำให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์และต้องการเรียนรู้ในสิ่งที่ผู้สอนให้ทำ

4.2.3 อะไรคือสิ่งที่ผู้เรียนต้องการทำให้สำเร็จ คำถามข้อนี้ทำให้ผู้สอนสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนได้โดยการช่วยให้ผู้เรียนเกิดความมุ่งมั่น และใส่ใจในสิ่งที่เรียนหรือทำอยู่นั้น

คำถามทั้ง 3 ข้อมาไปสู่แนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) จัดลำดับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นลำดับขั้นตอน และให้มีระดับความยากเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนคิดและทำได้ แล้วจึงค่อยเพิ่มระดับความยาก
- 2) เน้นการประเมินผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาตนเองตามศักยภาพ เช่น การประเมินการทำกิจกรรมคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน และช่วยเหลือ แนะนำวิธีการทำกิจกรรมให้สำเร็จ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นว่าความสามารถทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถพัฒนาให้ดีขึ้นได้หากมีความพยายามที่จะปรับปรุง
- 3) จัดเตรียมกิจกรรมคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับความสนใจและความต้องการของผู้เรียน เช่น การเลือกเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่อยู่ในความสนใจของผู้เรียนมาออกแบบเป็นกิจกรรมหรือปัญหาคณิตศาสตร์
- 4) ใช้เทคนิคการสอนที่กระตุ้นการอยากรู้อยากเห็นและเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน เช่น การยกตัวอย่างทางคณิตศาสตร์ที่ใกล้ตัวผู้เรียน หรือตั้งคำถามที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียน
- 5) เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์
- 6) ให้โอกาสผู้เรียนในการแสดงความคิดเห็น วิธีการทำงาน หรือสิ่งที่ต้องการนำเสนอให้ผู้อื่นทราบ เพื่อสร้างความภาคภูมิใจให้ผู้เรียน อันจะนำมาสู่ความพยายามในการเรียนรู้ที่มากขึ้น

4.3 ลักษณะของผู้มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่าน (กฤตวรรณ ประเสริฐสิทธิ์ 2551, น. 24-25, จิราภรณ์ ตั้งกิตติภาภรณ์ 2532, น. 106-107 และ McClelland 1953, pp. 207-250) ได้กล่าวถึงลักษณะของผู้ที่มีแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

4.3.1 มีความทะเยอทะยาน เป็นบุคคลที่มีความต้องการมีผลการเรียนที่ดีขึ้น มีความภาคภูมิใจหากมีคะแนนสูงกว่าเพื่อนๆ ให้ความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และต้องการประสบผลสำเร็จเมื่อเห็นคนอื่นประสบผลสำเร็จ

4.3.2 มีความกระตือรือร้น หรือมีการกระทำที่แปลกใหม่อันเป็นการทำให้ตนเองมีความรู้สึกว่าการประสบความสำเร็จในการเรียน จะทำงานที่ได้รับมอบหมายให้เสร็จทันเวลา มีการทบทวนค้นคว้าเพิ่มเติม และถ้ารู้สึกว่าการเรียนที่ไม่ดีก็มีความพยายามที่จะเรียนรู้มากขึ้น

4.3.3 มีความกล้าเสี่ยง เป็นบุคคลที่มีการตัดสินใจเด็ดเดี่ยวในการทำงานที่ใช้ความสามารถ และมีความพอใจที่จะเลือกทำงานที่ยากเนื่องจากมีความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

4.3.4 การรู้จักวางแผน มีเป้าหมายในการทำงานและการเรียน มีการเตรียมตัวเป็นอย่างดี สุขุม รอบคอบ และเป็นผู้ที่มีแผนระยะยาวเพื่อดำเนินการอย่างมีเป้าหมายและบรรลุวัตถุประสงค์ตามที่ต้องการ

4.3.5 ความมีเอกลักษณ์ หรือมีความเป็นตัวของตัวเองสูง ไม่ต้องการลอกเลียนแบบงานของผู้อื่น ชอบค้นคว้าหาวิธีการใหม่ๆ ไม่ยึดติดกับวิธีการเดิมๆ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดความหมายของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ หมายถึง ลักษณะของบุคคลที่มีความทะเยอทะยาน ความกระตือรือร้น ความกล้าเสี่ยง รู้จักวางแผน และความมีเอกลักษณ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยวัดจาก 1) ความทะเยอทะยานทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 2) ความกระตือรือร้นทางการเรียนคณิตศาสตร์ 3) ความกล้าเสี่ยงทางการเรียนคณิตศาสตร์ 4) การรู้จักวางแผนทางการเรียนคณิตศาสตร์ และ 5) ความมีเอกลักษณ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อต่างๆ คือ ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหา ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสำคัญของการแก้ปัญหา ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี เกณฑ์ที่ใช้พิจารณาในการเลือกหรือสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

5.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหา

นักวิชาการหลายท่าน(แกมกาญจน์ คชวงษ์, 2553 น. 13-14, กัญญา สุวรรณแสง, 2542 น. 118, กัลยา อรวิเชียร, 2545 น. 14, จันจิรา เสถียร, 2551 น. 17, สุวัฒน์ จุลสุวรรณ, 2549 น. 14) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่ซับซ้อนในการนำความรู้ ความคิด การวิเคราะห์ จากประสบการณ์เดิมไปใช้ตัดสินใจหรือแก้ปัญหาเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

5.2 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

อุษาวดี จันทรสุนธิ (2555, น.10-5) และ สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550, น. 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยผู้เรียนยังไม่คุ้นเคยแตกต่างจากตำราเรียนและไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ซึ่งสอดคล้องกับความคิดของ Charies and Lester (1982 p. 5) ที่กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรืองานคณิตศาสตร์ (mathematics tasks) ที่ผู้เรียนเผชิญและต้องการคำตอบ Charies and Lester สรุปว่าสถานการณ์หรืองานคณิตศาสตร์ใดจะเป็นปัญหาของผู้เรียนคนหนึ่ง เมื่อผู้เรียนคนนั้นเกิดสภาวะ 3 ประการ คือ มีความต้องการไขปัญหานั้น มีความสงสัย และมีความพยายามที่จะกระทำเพื่อไขปัญหาให้ได้ สภาวะ 3 ประการนี้ทำให้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาของผู้เรียนคนอื่น นอกจากนี้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องไม่ใช่โจทย์ที่เป็นตัวเลขหรือ โจทย์ข้อความธรรมดา (word problem หรือ routine exercise) ที่เน้นการทำตามขั้นตอนวิธีตายตัวและมีคำตอบถูกต้องแน่นอนหนึ่งคำตอบ

ส่วนปริชา เนาว์เย็นผล (2554, น. 9-7) ได้สรุปความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์เป็นข้อๆ ดังนี้

5.2.1 เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำตอบให้เหตุผล

5.2.2 เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

5.2.3 สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยกำหนดความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการนำความรู้ ความคิด การวิเคราะห์ จากประสบการณ์เดิมไปใช้ตัดสินใจหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยและไม่เหมือนในตำราเรียนทั่วไป เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

5.3 ความสำคัญของการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, น. 9-5) ได้สรุปความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

5.3.1 การแก้ปัญหาคือความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานั้นต้องพบปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนแปลงไป มนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลาเพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้นจำเป็นต้องมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างชาญฉลาด รวดเร็ว ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพ ซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์

5.3.2 การแก้ปัญหาคือทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาจะพบว่าความคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สัจพจน์การขนานในเรขาคณิตของยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกระบบยูคลิด

5.3.3 การแก้ปัญหาคือความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เมื่อพิจารณาจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2553 ความสอดคล้องกันประการหนึ่งของจุดประสงค์คือ การมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุมีผลสามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจน มีระเบียบ และรัดกุม นอกจากนี้ในทุกระดับชั้นยังมุ่งให้นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันและการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งความลึกซึ้งของจุดประสงค์ดังกล่าวนี้จะแตกต่างกันไปในแต่ละระดับชั้น เพื่อเป็นการตอบสนองจุดประสงค์ดังกล่าวในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงได้มีการสอดแทรกกิจกรรมการแก้ปัญหาไว้ในคาบเวลาเรียนปกติ และในกิจกรรมเสริมหลักสูตรต่างๆ เช่น มุมคณิตศาสตร์ การจัดปายนิเทศ กิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์

5.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิชัย พาณิชย์สววย (2546, น. 9-10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ประเภท ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน (standard textbook problems) หรือปัญหาธรรมดา

(routine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการ เป็นโจทย์ปัญหาที่พบเห็นอยู่ทั่วไปในหนังสือเรียน ซึ่งใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ลักษณะเด่นของโจทย์ปัญหาประเภทนี้คือสามารถหาคำตอบด้วยวิธีและลำดับขั้นตอนที่ใช้อยู่เป็นประจำ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเกือบทั้งหมดเป็น โจทย์ปัญหาจำเจ (routine problems) เป็น โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เด็กเคยเห็นเคยเรียนจนคุ้นเคย สามารถหาคำตอบด้วยวิธีที่เป็นข้อกำหนดกฎเกณฑ์เดิมๆ โดยผู้เรียนจะแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคำนวณหาคำตอบได้ทันที โจทย์ปัญหาจำเจนี้อาจเป็นปัญหาขั้นเดียว หรือโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอนก็ได้

2. โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (process problems) หรือปัญหาไม่ธรรมดา (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เป็น โจทย์ปัญหาที่ไม่จำเจ (nonroutine problems) ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยการแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่ใช้อยู่เดิมๆ แต่ผู้เรียนจะต้องวางแผนคิดหา กลวิธี (strategies) มาใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์ประเภทนี้อาจเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของบุคคล หรือเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาอื่น และบางครั้งคำตอบของโจทย์ปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

ส่วน Polya (1981, pp. 118-121) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทตามจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ปัญหาประเภทนี้ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา เงื่อนไขซึ่งสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการหา และข้อมูลของปัญหา
2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลของข้อความทางคณิตศาสตร์ รูปแบบทั่วไปของข้อความนี้ประกอบไปด้วย สมมติฐาน (hypothesis) และข้อสรุป (conclusion) ส่วนของสมมติฐานขึ้นต้นด้วย “ถ้า” และส่วนของข้อสรุปขึ้นต้นด้วย “แล้ว” สมมติฐานและข้อสรุปนี้ เรียกว่า ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักคุ้นเคยกับโครงสร้างของปัญหามาก่อน มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา
2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามักคุ้นเคยกับปัญหาที่จะแก้ ต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง พร้อมทั้งการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

5.5 ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

มะลิวรรณ โศตรศรี (2547, น.16-17 อ้างอิงจาก Krulick and Rudnick, 1993, pp. 10-11) กล่าวว่า ปัญหาที่ดีควรจะต้องมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้อย่างน้อย 1 ข้อ

5.5.1 เป็นปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน

5.5.2 เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะการสังเกตและวิเคราะห์

5.5.3 เป็นปัญหาที่ให้โอกาสสำหรับการอธิบายและมุ่งให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน

5.5.4 เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความเข้าใจด้านแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ทักษะทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา

5.5.5 เป็นปัญหาที่ทำให้ได้หลักการทางคณิตศาสตร์และสามารถอ้างอิงไปยังสถานการณ์อื่นๆ ได้

5.5.6 เป็นปัญหาที่มีประโยชน์กับปัญหาอื่นๆ อีกและมีคำตอบหลายคำตอบหรือสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

สรุปได้ว่า ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะต้องน่าสนใจ ควรเป็นคำถามที่สามารถวัดทักษะของผู้เรียนได้หลายอย่าง ไม่เพียงแต่วัดความจำเท่านั้น ข้อคำถามควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

5.6 เกณฑ์ที่ใช้พิจารณาในการเลือกหรือสร้างปัญหาคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา(อูยาวดี จันทรสนธิ, 2555, น. 10-34 ถึง10-35 อ้างอิงจาก National Council of Teachers of Mathematics,1991, pp. 25-31) ให้ข้อเสนอเกี่ยวกับลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์และเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ปัญหาคณิตศาสตร์มีลักษณะสำคัญ 3 ประการ คือ 1) สะท้อนความคิดรวบยอดสำคัญ 2) เหมาะสมกับความรู้ ความเข้าใจ ความสนใจและประสบการณ์ของผู้เรียน และ 3) ส่งเสริมให้ผู้เรียนปฏิบัติการกับปัญหาโดยวิธีที่หลากหลาย ลักษณะสำคัญทั้งสามประการข้างต้น ย่อมนำมาซึ่งสิ่งต่อไปนี้

(1) การกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการคิด

(2) การต่อยอดความคิดรวบยอดและทักษะเดิมของผู้เรียนไปสู่ข้อค้นพบใหม่จากการประจักษ์ด้วยตนเองของผู้เรียน

(3) การส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างความเชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

(4) การกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดข้อสงสัย เกิดการคิดแก้ปัญหาและใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

(5) การส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้สิ่งแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ เพื่อแสดงความคิดของตนเอง

(6) การส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้คณิตศาสตร์อธิบายปรากฏการณ์ในชีวิตประจำวัน

(7) การสนองความแตกต่างระหว่างผู้เรียน ผู้เรียนที่มีประสบการณ์ต่างกันสามารถปฏิบัติการกับปัญหาด้วยวิธีการที่ต่างกันตามความสามารถของเขา

(8) การส่งเสริมให้ผู้เรียนทุกคนมีโอกาสพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของเขาได้เต็มที่ การเลือกหรือสร้างปัญหาคณิตศาสตร์พิจารณาประเด็นสำคัญ 3 ประการ ดังนี้ เนื้อหาคณิตศาสตร์ผู้เรียน และวิธีการเรียนคณิตศาสตร์

เนื้อหาคณิตศาสตร์ ปัญหาคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมเพียงใดในการแสดงถึงความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนต้องการ ปัญหาต้องนำผู้เรียนไปสู่การปฏิบัติคณิตศาสตร์ คือต้องใช้กระบวนการคิดและตัดสินใจเลือกปฏิบัติอย่างใดอย่างหนึ่ง แล้วประเมินและตรวจสอบว่าวิธีการนั้นนำไปสู่หนทางแก้ปัญหาเพื่อได้คำตอบหรือไม่ นอกจากนี้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องผนวกเข้ากับการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาการใช้ทักษะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์จนชำนาญ หน้าที่ของครูคณิตศาสตร์ต้องวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ละเรื่องว่า ความคิดรวบยอดและทักษะที่เป็นแก่นสำคัญคืออะไร วิธีการในการพัฒนาความคิดรวบยอดและทักษะเหล่านั้นภายใต้บริบทของการแก้ปัญหาทำอย่างไร นอกจากนี้ผู้สอนควรสอดแทรกเรื่องของการใช้เหตุผลและการสื่อสารผนวกเข้าไว้ในปัญหาด้วย

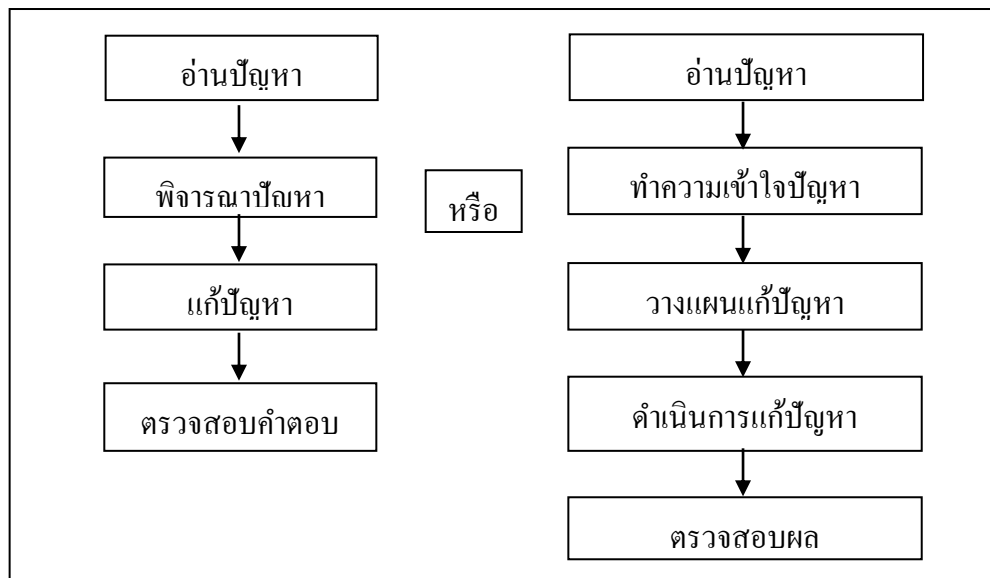
ผู้เรียน ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องเหมาะสมกับผู้เรียน ผู้เรียนทุกคนที่มีความแตกต่างกันต้องสามารถใช้ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ของเขาในการปฏิบัติการกับปัญหาได้ ปัญหาจึงควรมีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนสามารถใช้วิธีการได้หลากหลายเป็นหนทางในการหาคำตอบ ผู้สอนควรรู้จักผู้เรียนในเรื่องภูมิหลังโดยทั่วไปของเขาและลักษณะเฉพาะของผู้เรียนแต่ละคน สิ่งที่ผู้สอนต้องพิจารณาเกี่ยวกับผู้เรียน คือ 1) ผู้เรียนรู้อะไรและสามารถทำอะไรได้แล้ว 2) สิ่งใดที่ผู้เรียนต้องการเรียนรู้ด้วยการปฏิบัติการแก้ปัญหา และการปฏิบัตินั้นต้องใช้ความรู้ความสามารถอะไรบ้างและใช้อย่างไร และ 3) ความสนใจ ความคาดหวัง และประสบการณ์ของผู้เรียนเป็นอย่างไร ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนนำเสนอให้ผู้เรียนปฏิบัติจึงต้องอยู่ในความสนใจของผู้เรียน

วิธีการเรียนคณิตศาสตร์ ในการกำหนดปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้สอนจำเป็นต้องทราบวิธีการเรียนและวิธีคิดของผู้เรียน ปัญหาคณิตศาสตร์จึงต้องหลากหลายทั้งในแง่รูปแบบของการปฏิบัติคณิตศาสตร์และยุทธวิธีที่ผู้เรียนใช้ในการคิดหาคำตอบ ผู้เรียนสามารถใช้สิ่งแทนความคิด

(representation) อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจปัญหา นอกจากนี้การให้ผู้เรียนเขียนอธิบายความคิดของเขา ช่วยให้ผู้สอนเข้าใจความคิดของผู้เรียนมากขึ้น

5.7 ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ฟีโลพร แซ่มซ้อย (2552, น. 16-17 อ้างอิงจาก Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993, pp. 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวทาง ดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 ขั้นตอนการแก้ปัญหา

ที่มา : ฟีโลพร แซ่มซ้อย, 2552, น. 16 อ้างอิงจาก Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993, p. 61

รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอน เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง (self assessment) รูปแบบเช่นนี้ มีข้อบกพร่อง ดังนี้ (Wilson, Femandez and Hadaway, 1993, pp. 60-62)

5.7.1 ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการในแนวตรงเสมอ

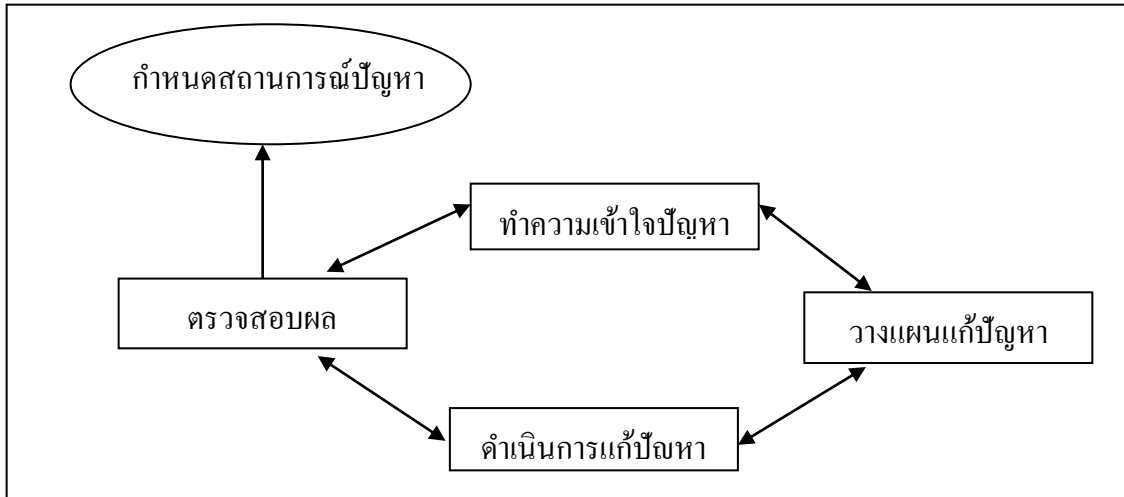
5.7.2 การแก้ปัญหาคือเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน

5.7.3 ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือเป็นกระบวนการที่ต้องจำต้องฝึกและต้องกระทำ

ซ้ำๆ

5.7.4 เป็นการเน้นการได้มาซึ่งคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้นนี้ Wilson, Fermander and Hadaway(1993, pp. 60-62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของ Polya โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัตร (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาดังภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร

ที่มา : พิไลพร แซ่มซ้อย, 2552 น. 16 อ้างอิงจาก Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993, p. 61

Polya (1957, pp. 16-17) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem) เป็นขั้นตอนแรกที่จะต้องเข้าใจว่า อะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หากเกิดความกำกวม ลึกลับ หรือขัดแย้ง ควรใช้การวาดรูปและแยกสภาพการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วนๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (devising a plan) เป็นขั้นที่เชื่อมหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ ก็อาศัยหลักการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 เป็นปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ใน โจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับ โจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่าน โจทย์อีกครั้งและวิเคราะห์เพื่อดูว่าผลแตกต่างจากปัญหาที่พบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (carrying out the plan) เป็นขั้นตอนของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (looking back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ถูกต้องหรือไม่ หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีแก้ปัญหาวิธีอื่นๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ

ในขั้นตอนการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้องเหมาะสมแล้วอาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการ แล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

Bell (1978, p. 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐาน และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาหรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้
5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

5.8 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหากทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่นับว่าสำคัญที่สุดในการแก้ปัญหาคือ ขั้นวางแผนในขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ที่มีอยู่ ผนวกกับข้อมูลต่างๆ ในสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนดให้ประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทาง กำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าผู้แก้ปัญหาได้รับการฝึกฝน มีทักษะในการแก้ปัญหาก็เพียงพอ ก็สามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาปรับใช้ได้รวดเร็ว สอดคล้องกับสภาพการณ์ของปัญหา ซึ่งยุทธวิธีในการแก้ปัญหากทางคณิตศาสตร์ประเภทต่างๆ เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหามีดังนี้ (สิริพร ทิพย์คง, 2544, น. 49-67)

5.8.1 การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดและจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต

5.8.2 เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือแผนภาพต่างๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

5.8.3 สร้างรูปแบบ

5.8.4 การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่นๆ

5.8.5 การเดาและตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดา และตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่นๆ

5.8.6 การแจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหาใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจงกรณี

5.8.7 เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ และเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่าเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

5.8.8 การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

5.8.9 ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

5.8.10 การแบ่งปันปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหาบางปัญหา ที่มีความซับซ้อน หรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบ แล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อยๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนดหรือบางปัญหา อาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รวม 15 เรื่อง ได้แก่ งานวิจัยของ จารุวรรณ เฮ้าทา (2546) จำเนียร แซ่อิม (2547) แฉล้ม อินวารี (2552) ณัฐพล เข้มฉิม (2547) มะลิวรรณ โคตรศรี (2547) ยุทธนา หิรัญ (2551) วสันต์ เดือนแจ้ง (2546) ตำราย หาญห้าว (2554) สุชาดา พรหมจิตร (2553) สุชาติ เหลลาโชติ (2550) แหลมทอง ตำรายสุข

(2552) Choi (1998) Pajares and Kranzler (1995) Pajares and Miller (1994) และ Stonewater (1977) ผู้วิจัยได้สังเคราะห์สาระ สรุปได้ดังนี้

ในประเด็นวัตถุประสงค์ของการวิจัย งานวิจัยทั้ง 15 เรื่อง มีวัตถุประสงค์ที่สอดคล้องกัน คือ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งงานวิจัยของ จารุวรรณ เอ้าทา (2546) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับเจตคติในการเรียนคณิตศาสตร์ คุณภาพการสอนของครู แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ สภาพแวดล้อม และความเอาใจใส่ต่อการเรียนของผู้ปกครอง จำเนียร แซ่อิม (2547) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับพื้นฐานความรู้เดิม ทักษะการคิดคำนวณ ทักษะทางภาษา แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ คุณภาพการสอนของครู และการรับรู้ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ แฉล้ม อินวารี (2552) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับการรับรู้การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ บรรยากาศในการเรียนรู้ และการประเมินตามสภาพจริง ณัฐพล เข้มนิม (2547) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับเพศ เจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการสอนของครู การรับรู้ความสามารถของตนเองและการสนับสนุนจากผู้ปกครอง มะลิวรรณ โศตรศรี (2547) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความรู้พื้นฐานเดิม ยุทธนา หิรัญ (2551) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับความสามารถด้านตัวเลข ความสามารถในการให้เหตุผล และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ วสันต์ เดือนแจ้ง (2546) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับความถนัดด้านภาษาและตัวเลข และการรับรู้ความสามารถของตนเอง สำรวย หาญท้าว (2554) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับเพศ รายได้ของครอบครัว การอบรมเลี้ยงดู และการรับรู้ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ สุชาดา พรหมจิตร (2553) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินตามสภาพจริง แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความเชื่ออำนาจภายในตน สุชาติ เหลลาโชติ (2550) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับเพศ ฐานะทางเศรษฐกิจ ความถนัดทางจำนวน และการรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ แผลมทอง สำราญสุข (2552) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับสัมพันธ์ภาพกับเพื่อน เห็นคุณค่าในตนเอง เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และการรับรู้ความสามารถในตนเอง Choi (1998) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเอง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความมานะพยายาม และความวิตกกังวล Pajares and Kranzler (1995) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ ความรู้พื้นฐานเดิม และเพศ Pajares and Miller (1994) ได้ศึกษาตัวแปรเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ ความรู้พื้นฐานเดิม และเพศ และ Stonewater (1977) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความถนัดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในประเด็นของกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยที่ผู้วิจัยศึกษา พบว่างานวิจัยจำนวน 12 เรื่อง เป็นการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา(จารุวรรณ เ้าทา 2546, แฉล้ม อินวารี 2552, ณัฐพล แยมฉิม 2547, มะลิวรรณ โคตรศรี 2547, ยุทธนา หิรัญ 2551, วสันต์ เดือนแจ้ง 2546, สำรวย หาญห้าว 2554, สุชาดา พรหมจิตร 2553, สุชาติ เหลาโชติ 2550, แหลมทอง สำราญสุข 2552, Pajares and Kranzler 1995, Pajares and Miller 1994) งานวิจัย 2 เรื่อง เป็นการศึกษากลุ่มตัวอย่างในระดับอุดมศึกษา(Choi 1998, Stonewater 1977) และงานวิจัย 1 เรื่อง เป็นการศึกษากลุ่มตัวอย่างของนักเรียนในระดับประถมศึกษาปีที่ 4 (จำเนียร แซ่อิม 2547)

ในประเด็นเครื่องมือการวิจัย พบว่างานวิจัยที่ศึกษาใช้เครื่องมือการวิจัยที่วัดตัวแปรตามคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเครื่องมือวิจัยที่วัดตัวแปรอิสระหรือตัวแปรเกี่ยวกับปัจจัยต่างๆ คือแบบทดสอบและแบบสอบถามตามลักษณะของตัวแปรนั้นๆ ซึ่งเครื่องมือการวิจัยทุกฉบับได้มีการตรวจสอบคุณภาพ โดยเฉพาะเครื่องมือการวิจัยที่เป็นแบบสอบถามจะมีความเที่ยงมากกว่า 0.80

ในประเด็นการวิเคราะห์ข้อมูล งานวิจัย 7 เรื่อง ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรปัจจัยกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (แฉล้ม อินวารี, 2552, ณัฐพล แยมฉิม, 2547, มะลิวรรณ โคตรศรี, 2547, วสันต์ เดือนแจ้ง, 2546 , สุชาติ เหลาโชติ, 2550, แหลมทอง สำราญสุข, 2552, Pajares and Miller, 1994) งานวิจัย 3 เรื่อง ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรปัจจัยกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และใช้การวิเคราะห์ถดถอยพหุคูณเพื่อหาสมการพยากรณ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์(ยุทธนา หิรัญ, 2551, สำรวย หาญห้าว, 2554, สุชาดา พรหมจิตร, 2553) และงานวิจัย 5 เรื่องใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์โมเดลความสัมพันธ์เชิงสาเหตุความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลเชิงประจักษ์ (จารุวรรณ เ้าทา, 2546, มะลิวรรณ โคตรศรี, 2547, แหลมทอง สำราญสุข, 2552, Choi 1998, Pajares and Kranzler, 1995)

ในประเด็นของผลการวิจัยนั้น งานวิจัยหลายเรื่องมีผลการวิจัยที่สอดคล้องกัน ซึ่งงานวิจัยของ สุชาดา พรหมจิตร(2553)พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรปัจจัยกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันสูงทางบวกตั้งแต่ .80 ขึ้นไปได้แก่ความเชื่ออำนาจภายในตน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความสามารถในการให้เหตุผล อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ แฉล้ม อินวารี(2552) ณัฐพล แยมฉิม (2547) วสันต์ เดือนแจ้ง (2546) สำรวย หาญห้าว (2554) และสุชาติ เหลาโชติ(2550) ที่พบว่าตัวแปรการรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญของ

ครูผู้สอน และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วน Stonewater (1977) และ Pajares and Kranzler (1995) พบว่า ความถนัดทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหามีนัยสำคัญทางสถิติ และการรับรู้ความสามารถของตนเองมีอิทธิพลทางตรงต่อผลการเรียนของนักเรียน โดยนักเรียนชายและนักเรียนหญิงไม่มีความแตกต่างกัน สำหรับงานวิจัยของจำเนียร แซ่อึ้ง(2547) ยุทธนา หิรัญ (2551) สุชาดา พรหมจิตร(2553) และ Pajares and Miller (1994) พบว่าตัวแปรที่มีความสัมพันธ์ทางบวกและส่งผลกระทบต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยตรงได้แก่ ความสามารถในการให้เหตุผล ทักษะทางการคิดคำนวณ และความรู้พื้นฐานเดิม นอกจากนี้จากวิเคราะห์โมเดลความสัมพันธ์เชิงสาเหตุความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวแปรที่มีอิทธิพลทางตรงต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติได้แก่ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเอง ความมานะพยายาม และการเห็นคุณค่าในตนเอง(มะลิวรรณ โศตรศรี, 2547, แผลมทอง ตำราญสุข, 2552, Choi 1998)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้ง 15 เรื่อง ผู้วิจัยได้แนวคิดในเบื้องต้นว่าการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนั้น ได้ข้อสรุปว่าตัวแปรที่ศึกษาคือ ตัวแปรเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผล การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การรับรู้ความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นตัวแปรทางด้านพฤติกรรมการสอนของครู และการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งจากผลการวิจัยของงานวิจัยที่ศึกษาจะเห็นได้ว่ามีความสัมพันธ์และส่งผลกระทบต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยตรง รวมทั้งผู้วิจัยเห็นว่าการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เนื่องจากเป็นระดับชั้นที่นักเรียนกำลังเข้าสู่การศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย หรือสายอาชีพ และระดับอุดมศึกษา ที่สามารถหาแนวทางหรือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ตั้งแต่ระดับพื้นฐาน ซึ่งจากข้อสรุปดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยได้กรอบแนวคิดและใช้เป็นแนวทางในการวิจัยศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนควนเนียงวิทยาต่อไป